Εάν, O ομάδα

- $Z(O) =: \{ a \mid a\beta = \beta a, \forall \beta \in O \}$ ← ΚΕΝΤΡΟ ΟΜΑΔΑΣ
- Εαν $a \in O$ τότε το σύνολο

$Z(a) =: \{ \beta \in O \mid a\beta = \beta a \}$ ← ΚΕΝΤΡΟΠΟΙΗΤΗΣ ΣΤΟΙΧΕΙΟΥ

↪ $= \{$τα στοιχεία $\beta \in O$ που αντιμετατίθενται με το $a\}$

Πχ 1

① $\Sigma_3 = \{ e, f, f^2, g, fg, f^2g \}$

Δεν ισχυει για κανένα απο τα στοιχεία της Σ_3 η σχέση $a\beta = \beta a$ εκτός από το μοναδιαίο e

Άρα, $Z(\Sigma_3) = \{e\}$.

② $D_4 = \{ e, f, f^2, f^3, g, fg, f^2g, f^3g \}$.

Παρατηρούμε ότι απο τη σχέση $g f^2 g = f^{-2} = f^2 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow g f^2 = f^2 g$ (και για το μοναδιαίο).

Άρα, $Z(D_4) = \{ e, f^2 \}$

Πχ 2

① $\Sigma_3 = \{ e, f, f^2, g, fg, f^2g \}$.

Αναζητούμε τους κεντροποιητές $Z(f)$ και $Z(g)$

Εφόσον, $fg = gf^2$ τότε $Z(f) = \{ e, f, f^2 \}$ και $Z(g) = \{ e, g \}$

Παρατηρούμε, πως $Z(\Sigma_3) = Z(f) \cap Z(g)$.

② $D_4 = \{ e, f, f^2, f^3, g, fg, f^2g, f^3g \}$

Αναζητούμε τους κεντροποιητές $Z(f)$, $Z(g)$.

$Z(f) = \{$τα στοιχεία $\beta \in D_4$ τα οποία αντιμετατίθενται με το $f\}$

Δηλαδή: ποια ειναι τα $\beta \in D_4$: $f\beta = \beta f$;

Εξετάζω ένα προς ένα τα στοιχεία της D_4.

$fe = ef$ (το $e \in Z(f)$), $f \cdot f = f^2$ (το $f \in Z(f)$)

$f \cdot f^2 = f^2 f$ (το $f^2 \in Z(f)$), $f \cdot f^3 = f^3 f$ (το $f^3 \in Z(f)$)

$fg \neq gf$ (το $g \notin Z(f)$), $f(fg) = f^2 g$ και απο την άλλη μεριά $(fg) \cdot f = g f^3 \cdot f = g$ (όπου $g \neq f^2 g$, άρα $fg \notin Z(f)$),

$f(f^2 g) = f^3 g = gf$, απο την άλλη μεριά $(f^2 g) f = (g f^2) f =$

$= g f^3 = fg$ (οπου $gf \neq gf$, άρα $f^2 g \notin Z(f)$), και

$f(f^3 g) = f^4 g = g$ από την άλλη μεριά $(f^3 g) f = (gf) f = g f^2$

(οπου $g \neq g f^2$, άρα $f^3 g \notin Z(f)$), Έτσι: $Z(f) = \{ e, f, f^2, f^3 \}$.

$Z(g) = \{e, g, f^2, f^2g\}$.

Διότι,

$ge = eg \ (e \in Z(g))$, $gg = gg \ (g \in Z(g))$

$gf \neq fg \ (f \notin Z(g))$, $f^2g = gf^2 \ (f^2 \in Z(g))$

$(f^2g)g = f^2 = g(f^2g) = g(gf^2) \ (f^2g \in Z(g))$

$(f^3g)g = f^3 \neq f = g(gf) = g(f^3g) \ (f^3g \notin Z(g))$

Όπου, παρατηρούμε ότι $Z(f) \cap Z(g) = Z(D_4)$.

<u>ΠΡΟΤΑΣΗ / ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ:</u>

$$Z(O) = \bigcap_{a \in O} Z(a), \quad O \text{ ομάδα.}$$